

RÈN LUYỆN CÁC NĂNG LỰC TỔNG HỢP VÀ KHÁI QUÁT HÓA TRONG DẠY HỌC TOÁN TẠI TRƯỜNG ĐẠI HỌC PHÚ YÊN

Lê Hào

Trường Đại học Phú Yên

Email: lehao@pyu.edu.vn

Ngày nhận bài: 02/02/2025; Ngày nhận đăng: 14/5/2025

Tóm tắt

Trong bài viết này chúng tôi đưa ra khái niệm “năng lực cốt lõi” trong chương trình đào tạo và nêu sự cần thiết của việc phát triển các năng lực tổng hợp, khái quát hóa. Sau đó chúng tôi đánh giá thực trạng và đề xuất một số biện pháp để rèn luyện năng lực tổng hợp, khái quát hóa thông qua việc dạy học Toán tại Trường Đại học Phú Yên.

Từ khóa: Khái quát hóa, năng lực cốt lõi, tổng hợp, phân tích.

Promoting the generalization and synthetic skills in teaching mathematics at Phu Yen University

Le Hao

Phu Yen University

Received: February 2, 2025; Accepted: May 14, 2025

Abstract

In this article, we introduce the concept of "core capacities" in the training program and mention the necessity of developing generalization and synthetic skills. Then we assess the current situation and suggest some measures to practice the generalization and synthetic skills through teaching Mathematics at Phu Yen University.

Keywords: Generalization, core capacities, synthesis, analysis.

1. Năng lực phân tích, tổng hợp, khái quát hóa là những “năng lực cốt lõi” của người sinh viên

1.1. Năng lực cốt lõi (trong chương trình đào tạo)

Để đáp ứng tất cả các yêu cầu về đầu ra cho một ngành nghề được đào tạo, thì điều kiện cần là người học phải có những năng lực cốt lõi. Đó là những năng lực quan trọng được liệt kê trong chương trình đào tạo, người học cần được trang bị sớm, thiếu chúng thì không thể hình thành những kỹ năng nghề nghiệp một cách đầy đủ. Tùy theo chuẩn đầu ra của từng ngành nghề đào tạo mà chọn năng lực nào là năng lực cốt lõi.

Chẳng hạn trong chương trình đào tạo kỹ sư xây dựng thì năng lực đo đạc và tính toán chính xác phải được xem là một trong những năng lực cốt lõi, nếu kém năng lực này thì không thể thiết kế hay thi công được.

1.2. Tại sao các năng lực phân tích, tổng hợp, khái quát hóa là những “năng lực cốt lõi” của sinh viên?

Phân tích, tổng hợp, khái quát hóa là những thao tác tư duy cơ bản (G. Polya, 1995; Nguyễn Bá Kim, 2009). Đối với sinh viên thì những năng lực phân tích, tổng hợp và khái quát hóa là những năng lực cốt lõi bởi những lý do sau:

a. Đó là năng lực không thể thiếu để tiếp thu, vận dụng những kiến thức phong phú và phức tạp trong các môn học khác nhau.

b. Đó là những năng lực không thể thiếu, nhằm đáp ứng yêu cầu dạy học tích cực. Đó là phương pháp dạy học mà người dạy không đưa ra kết luận cuối cùng, thay vào đó là đưa ra những gợi ý mang tính gợi mở vấn đề để cùng người học thảo luận, tìm ra kết quả cuối cùng. Phương pháp này tập trung vào việc sử dụng tư duy sáng tạo, chủ động, tích cực của sinh viên làm nền tảng và giảng viên chỉ là người hướng dẫn và gợi mở vấn đề.

c. Sinh viên là những người được đào tạo với kiến thức khoa học và tay nghề cao. Những năng lực phân tích, tổng hợp và khái quát là vô cùng cần thiết để đáp ứng những yêu cầu quan trọng của chuẩn đầu ra:

- Có khả năng tư duy độc lập, vận dụng sáng tạo kiến thức đã học vào thực tiễn nghề nghiệp.
- Có khả năng thích ứng với những chuyển dịch thay đổi trong môi trường làm việc cạnh tranh đa dạng.
- Có khả năng làm việc nhóm, biết cách tổ chức và hợp tác trong những dự án.
- Có khả năng tự học và có thể học lên những bậc học cao hơn hoặc trở thành những nhà khoa học.

1.3. Tại sao cần phải chú trọng rèn luyện các năng lực tổng hợp và khái quát hóa?

- Tổng hợp cần huy động “nguồn tài nguyên” hợp lý nhằm đạt được mục tiêu nhận thức, “nguồn tài nguyên” đó phải được huy động từ quá trình phân tích hợp lý, có phương hướng rõ ràng. Có thể nói: năng lực tổng hợp đòi hỏi và định hướng quá trình phân tích. Việc rèn luyện năng lực tổng hợp và khái quát hóa cũng góp phần rèn luyện năng lực phân tích.

- Người có năng lực tốt về tổng hợp, khái quát hoá thì tự nhiên cũng có năng lực phân tích tốt. Chúng ta thấy điều đó từ những nhà khoa học tài năng, họ là những người có năng lực tổng hợp, khái quát hoá rất tốt và để có kết luận khoa học mong muốn họ thường vạch ra những phương hướng để phân tích rất rõ ràng hợp lý.

- Đối với sinh viên, họ có thể là những nhà khoa học tương lai, cần tập trung rèn luyện năng lực tổng hợp và khái quát hoá chứ không đơn thuần là năng lực phân tích áp dụng các công thức sẵn có.

2. Thực trạng về năng lực phân tích, tổng hợp và khái quát hóa của sinh viên Trường Đại học Phú Yên, thông qua các giờ dạy học Toán

2.1. Về năng lực phân tích

Chúng tôi tiến hành khảo sát năng lực giải quyết câu hỏi với yêu cầu chủ yếu là phân tích, tính toán dựa trên công thức và thuật toán có sẵn (mức độ dễ hoặc trung bình) từ một số bài thi và kiểm tra Toán chọn ngẫu nhiên trong các sinh viên Trường Đại học Phú Yên từ 2018 đến 2024. Kết quả như sau (thang điểm 2):

Bảng 1. Kết quả kiểm tra Toán chọn ngẫu nhiên trong các sinh viên Trường Đại học Phú Yên từ 2018 đến 2024 với yêu cầu chủ yếu là phân tích, tính toán

Điểm	0	0.25	0.5	1.0	1.25	1.5	2.0
Số bài	5	9	11	18	13	15	11

Quan sát số bài đạt điểm số từ trung bình trở lên (từ 1.0 đến 2.0 điểm) và kích thước mẫu:

$$m = 57, n = 82$$

Kiểm định giả thiết về tỉ lệ điểm số từ trung bình trở lên, mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$.

(H): $p = p_0 = 60\%$ với giả thiết đối ($\bar{H}$): $p > p_0 = 60\%$

$$U = \frac{m - np_0}{\sqrt{np_0(1 - p_0)}} = 1.76 > u(\alpha) = 1.65$$

2.2. Về năng lực tổng hợp và khái quát hóa

Chúng tôi tiến hành khảo sát năng lực giải quyết câu hỏi có yêu cầu tổng hợp hoặc khái quát hóa (mức độ khó hoặc tương đối khó), từ các bài thi và kiểm tra Toán chọn ngẫu nhiên trong các sinh viên Trường Đại học Phú Yên từ 2018 đến 2024. Kết quả như sau (thang điểm 2):

Bảng 2. Kết quả kiểm tra Toán chọn ngẫu nhiên trong các sinh viên Trường Đại học Phú Yên từ 2018 đến 2024 với yêu cầu tổng hợp hoặc khái quát hóa

Điểm	0	0.25	0.5	1.0	1.25	1.5	2.0
Số bài	26	21	17	6	3	1	2

Quan sát số bài đạt điểm số từ trung bình trở lên (từ 1.0 đến 2.0 điểm) và kích thước mẫu:

$$m = 12, n = 76$$

Kiểm định giả thiết về tỉ lệ điểm số từ trung bình trở lên, mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$.

(H): $p = p_0 = 25\%$ với giả thiết đối ($\bar{H}$): $p < p_0 = 25\%$

$$U = \frac{m - np_0}{\sqrt{np_0(1 - p_0)}} = -1.85 < -u(\alpha) = -1.65$$

Nhận xét bước đầu: Năng lực tổng hợp và khái quát hóa trong học Toán của sinh viên Trường Đại học Phú Yên chưa cao, đạt năng lực khá và tốt không quá 25%. Tuy nhiên, sinh viên lại thiên về năng lực phân tích, tính toán dựa trên công thức và thuật toán có sẵn, năng lực này có trên 60% đạt yêu cầu.

3. Một số biện pháp để rèn luyện năng lực tổng hợp, khái quát hóa cho sinh viên thông qua việc dạy học Toán tại Trường Đại học Phú Yên

Trong quá trình dạy học toán tại Trường Đại học Phú Yên chúng tôi đã sử dụng một số biện pháp nhằm rèn luyện năng lực tổng hợp và khái quát hóa cho sinh viên. Nguyên tắc của chúng tôi là: Tạo cơ hội và khuyến khích sinh viên vận dụng các thao tác tư duy, đặc biệt là tổng hợp và khái quát hóa trong các giờ dạy lý thuyết, bài tập, bài tập nhóm.

3.1. Tạo cơ hội và khuyến khích sinh viên vận dụng thao tác tổng hợp

Trong giờ giảng luôn có những khối kiến thức được hình thành từ việc tổng hợp những kiến thức và hiểu biết khác. Trước tiên giảng viên phải giúp sinh viên thấy rõ mục tiêu của khối kiến thức đó là gì, sau đó có bốn cách để dẫn dắt sinh viên hướng về mục tiêu đó:

Cách 1: Tiến hành phân tích và tổng hợp giúp cho sinh viên.

Cách 2: Yêu cầu sinh viên phân tích (có gợi mở) và giảng viên tổng hợp.

Cách 3: Giảng viên phân tích và yêu cầu sinh viên tổng hợp (có gợi mở).

Cách 4: Yêu cầu sinh viên phân tích và tổng hợp (có gợi mở).

Tạo cơ hội và khuyến khích ở đây là tiến hành theo **cách thứ 4 hoặc thứ 3**, phù hợp với xu hướng dạy học tích cực. **Cách thứ 3** chỉ áp dụng khi năng lực của sinh viên không đủ để đáp ứng trong một khoảng thời gian hạn chế.

Bài toán 1: Với một không gian xác suất có A_1, A_2 là hệ đầy đủ 2 biến cố có giá trị xác suất đã biết. Xét một biến cố A , giả sử $P(A / A_1)$ và $P(A / A_2)$ cũng là các giá trị xác suất đã biết. Hãy lập công thức tính xác suất $P(A)$.

Yêu cầu phân tích (có gợi mở):

$$A_1 \cap A_2 = \emptyset \text{ và } A_1 + A_2 = \Omega \text{ do đó } A = A(A_1 + A_2) = AA_1 + AA_2$$

$$P(A) = P(AA_1) + P(AA_2)$$

$$P(AA_1) = P(A_1)P(A/A_1)$$

$$P(AA_2) = P(A_2)P(A/A_2)$$

Yêu cầu tổng hợp và rút ra kết luận:

Với hệ đầy đủ gồm 2 biến cố A_1, A_2 thì:

$$P(A) = P(A_1)P(A / A_1) + P(A_2)P(A / A_2)$$

3.2. Tạo cơ hội và khuyến khích sinh viên mô phỏng phương pháp để rèn luyện các thao tác tư duy

Việc mô phỏng phương pháp thực chất là quá trình tương tự hóa (Nguyễn Thanh Hưng; Ngô Tùng Nhân, 2019), đây cũng là thao tác tư duy quan trọng dựa trên sự giống nhau về tính chất và quan hệ của những đối tượng toán học. Mô phỏng phương pháp thường dựa trên những phương pháp cách thức giống nhau khi suy luận. Việc mô phỏng này đòi hỏi những khả năng phân tích, đồng thời giúp rèn luyện năng lực tổng hợp và khái quát hóa.

Chẳng hạn sau khi giải bài toán 1 (mục 3.1) nói trên, giảng viên có thể yêu cầu sinh viên mô phỏng để giải quyết bài toán sau cho trường hợp hệ đầy đủ ba biến cố :

Bài toán 2: Với một không gian xác suất có A_1, A_2, A_3 là hệ đầy đủ 3 biến cố có giá trị xác suất đã biết. Xét một biến cố A , giả sử $P(A / A_1), P(A/A_2)$ và $P(A / A_3)$ cũng đã biết. Hãy lập công thức tính xác suất $P(A)$.

Yêu cầu phân tích (mô phỏng phương pháp như ở bài toán 1):

$$A_1 \cap A_2 = A_1 \cap A_3 = A_3 \cap A_2 = \emptyset \text{ và } A_1 + A_2 + A_3 = \Omega \text{ do đó:}$$

$$A = A(A_1 + A_2 + A_3) = AA_1 + AA_2 + AA_3$$

$$P(A) = P(AA_1) + P(AA_2) + P(AA_3)$$

$$P(AA_1) = P(A_1)P(A/A_1)$$

$$P(AA_2) = P(A_2)P(A/A_2)$$

$$P(AA_3) = P(A_3)P(A/A_3)$$

Yêu cầu tổng hợp và rút ra kết luận:

Với hệ đầy đủ gồm ba biến cố A_1, A_2, A_3 thì:

$$P(A) = P(A_1)P(A / A_1) + P(A_2)P(A / A_2) + P(A_3)P(A / A_3)$$

3.3. Tạo cơ hội và khuyến khích sinh viên vận dụng thao tác khái quát hóa

Quá trình khái quát hóa thường bắt đầu bằng một số bài toán cụ thể dẫn đến bài toán mới chứa đựng những bài toán ban đầu (Nguyễn Bá Kim, 2009; Nguyễn Cảnh Toàn, 1997). Bài toán mới thường hình thành từ một dự đoán sau đó mới được kiểm chứng bằng chứng

minh. Việc tạo cơ hội và khuyến khích sinh viên vận dụng khái quát hóa thường diễn ra như sau:

Bước 1: Cho sinh viên giải quyết một số bài toán cụ thể, chứa đựng trong một bài toán lớn mà giảng viên muốn dẫn dắt sinh viên hướng tới.

Bước 2: Yêu cầu sinh viên quan sát (có gợi mở) để phát hiện những quy luật chung trong các bài toán cụ thể ấy, từ đó hình thành những dự đoán.

Bước 3: Giảng viên giúp sinh viên điều chỉnh để có một dự đoán hợp lý, từ đó sinh viên có thể phát biểu một bài toán lớn chứa đựng các bài toán cụ thể đã nêu.

Bước 4: Yêu cầu sinh viên chứng minh bài toán lớn vừa phát biểu.

Chẳng hạn, bước 1 là gợi mở để sinh viên giải **bài toán 1** và **bài toán 2** nói trên (xem các mục 3.1 và 3.2), sau đó quan sát và phát hiện một quy luật chung (bước 2) :

-Với hệ đầy đủ gồm 2 biến cố A_1, A_2 thì:

$$P(A) = P(A_1)P(A / A_1) + P(A_2)P(A / A_2)$$

-Với hệ đầy đủ gồm ba biến cố A_1, A_2, A_3 thì:

$$P(A) = P(A_1)P(A / A_1) + P(A_2)P(A / A_2) + P(A_3)P(A / A_3)$$

Bước 3 là gợi mở và điều chỉnh, giúp sinh viên đi đến một dự đoán hợp lý như sau :

Với hệ đầy đủ gồm n biến cố $A_1, A_2, \dots, A_n$ ($n \geq 2$) thì:

$$P(A) = P(A_1)P(A / A_1) + P(A_2)P(A / A_2) + \dots + P(A_n)P(A / A_n) \quad (*)$$

Bước 4 là gợi mở để sinh viên chứng minh (*), hoàn tất một quá trình khái quát hóa để có công thức Bayes. Trong bước 4 của bài toán này, giảng viên có thể **tạo cơ hội và khuyến khích sinh viên mô phỏng phương pháp (mục 3.2)**

Đôi khi bước 4 đòi hỏi một khối lượng thời gian không ít, khi đó giảng viên yêu cầu sinh viên làm việc theo nhóm và thực hiện ở nhà.

3.4. Cần có những câu hỏi, bài tập và bài tập nhóm thể hiện việc tạo cơ hội, khuyến khích như đã nêu ở các mục 3.1, 3.2 và 3.3

Việc tạo cơ hội và khuyến khích (như đã nêu trong các mục nói trên) cần được thể hiện thường xuyên thông qua hệ thống những câu hỏi, bài tập và bài tập nhóm được xây dựng một cách có chủ đích. Chúng hàm chứa các yêu cầu bắt buộc về phân tích, tổng hợp hay khái quát hóa.

Chẳng hạn yêu cầu sinh viên giải quyết một nhóm các bài toán như sau :

Bài toán 3 (khuyến khích việc phân tích, tổng hợp)

Bằng cách phân tích từng số hạng và áp dụng định lý Fermat (vừa học), hãy tìm dư của phép chia số

$$A = 5 \times 2022^{2024} + 4 \times 2023^{2022} \text{ cho } 7.$$

Bài toán 4 (khuyến khích việc mô phỏng phương pháp và khái quát hóa)

Với q là số nguyên tố lẻ cho trước, xét số sau :

$$A_q = 1^{3q} + 2^{3q} + \dots + (q-1)^{3q}$$

Chúng ta xét dư số của phép chia A_q cho q .

a. Hãy tìm dư số của phép chia ấy ứng với q là các số nguyên tố 3, 5, 7, 11 (có thể mô phỏng phương pháp như bài toán 3 đã làm).

b. Trong trường hợp q là số nguyên tố lẻ bất kì thì sao? Hãy nêu một phán đoán về dư số ấy.

c. Hãy chứng minh phán đoán mà bạn đã đưa ra ở trên.

Nếu mọi việc diễn ra suôn sẻ thì sinh viên có thể đi đến một kết luận khá đẹp:

Với q là số nguyên tố lẻ, k là số tự nhiên lẻ thì :

$$A = 1^{kq} + 2^{kq} + \dots + (q-1)^{kq} \text{ luôn chia hết cho } q$$

Quá trình tìm tòi, khái quát hóa có thể đi xa hơn nữa nếu năng lực của sinh viên và thời gian còn cho phép.

4. Kết luận

Bài báo đã đánh giá thực trạng, đã nêu các biện pháp để rèn luyện năng lực tổng hợp, khái quát hóa thông qua việc dạy học Toán tại Trường Đại học Phú Yên theo định hướng tích cực. Thực tế cho thấy những biện pháp này đang mang lại sự hứng thú nhất định trong việc dạy học một số học phần về Toán tại Trường Đại học Phú Yên.

Tuy nhiên việc đánh giá tính hiệu quả của chúng cần có thêm thời gian và sự cộng tác của đồng nghiệp, chúng tôi sẽ tiếp tục thực hiện khi đã hội đủ các dữ liệu $\square$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- G. Polya (1995). *Toán học và những suy luận có lý*. Nhà xuất bản Giáo dục.
- Nguyễn Bá Kim (2009). *Phương pháp dạy học môn Toán*. Nhà xuất bản Đại học Sư phạm.
- Nguyễn Thanh Hưng, Ngô Tùng Nhân (2019). *Rèn luyện các thao tác tư duy cho học sinh trong dạy học chương “tứ giác” (Toán 8) ở trường THCS*. Tạp chí Giáo dục, 184-187.
- Nguyễn Cảnh Toàn (1997). *Phương pháp luận duy vật biện chứng với việc học, dạy và nghiên cứu toán học*. Nhà xuất bản Đại học quốc gia.